

Übungsblatt 5

Abgabe der Lösungen: Tutorium in der Woche 30.11.-4.12.

Aufgabe 1 Beweis durch Fallunterscheidung (Präsenzaufgabe)

Beweis durch Fallunterscheidung ist eine Beweisstrategie, die man zusammenfassend wie folgt beschreiben kann: Um einen Satz ϕ zu beweisen, reicht es aus, ein ψ zu finden, so dass sowohl ψ als auch $\neg\psi$ (jeweils für sich genommen natürlich) ϕ implizieren.

1. Zeigen Sie, dass der Beweis durch Fallunterscheidung ein gültiges Prinzip des Fitch-Kalküls ist. Führen Sie zu diesem Zweck eine neue Fitch-Regel ein, die den Beweis durch Fallunterscheidung implementiert, und zeigen Sie, dass diese im Fitch-Kalkül herleitbar ist.
2. Implementieren Sie die Fallunterscheidungsprinzip in Coq. Konkret gesagt, vervollständigen Sie den folgenden Coq-Beweis.

```

1 Require Import Classical_Prop.           (* NNPP *)
2
3 Section Fall_Unterscheidung.           (* Anfang des Namensraums *)
4 Variables x y: Prop.                  (* Lokale Variablen *)
5 Lemma FU : (x -> y) /\ (~x -> y) -> y.
6 Proof.
7                                       (* Beweis hier einfügen *)
8 Qed.
9 End Fall_Unterscheidung.             (* Ende des Namensraums *)

```

3. Beweisen Sie das *Gödel-Dummett-Axiom* $(A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$ mithilfe des Fallunterscheidungsprinzips.

Aufgabe 2 Beweise in Coq (12 Punkte)

Formalisieren Sie die Fitch-Beweise aus Übungsblatt 4, Aufgabe 5 nun in Coq. Dabei dürfen Sie ausschließlich die Taktiken `intro`, `apply`, `exact`, `assumption`, `split`, `left`, `right`, `contradiction`, `destruct` und `assert` benutzen. Sie dürfen das Lemma aus Aufgabe 1 in Anspruch nehmen. Dieses lässt sich wie folgt aufrufen:

`apply FU with (x:= ψ).`

(wobei ψ eine geeignete aussagenlogische Formel ist); Dadurch wird das aktuelle Ziel ϕ mit der Konjunktion $(\psi \rightarrow \phi) \wedge (\neg\psi \rightarrow \phi)$ ersetzt.

Aufgabe 3 Proof of Evidence (4 Punkte)

Beweisen Sie in Coq, dass aus den vom Detektiv gesammelten Fakten in Übungsblatt 1, Aufgabe 1, folgt, dass Smith der Mörder ist. Der Coq-Beweis muss die gleichen Bedingungen wie bei Aufgabe 2 erfüllen.

Aufgabe 4 Dame oder Tiger in Coq**(4 Punkte)**

Formalisieren Sie das erste Szenario aus Übungsblatt 1, Aufgabe 2 nun in Coq. Und zwar wissen Sie schon von Übungsblatt 3, Aufgabe 3, dass man, um die Aufgabe zu lösen, genau zwei Implikationen verifizieren muss. Beweisen Sie von diesen alle, die auch tatsächlich gültig sind, in Coq. Es gelten die gleichen Bedingungen wie bei Aufgabe 2.