

# Übungen zu "Grundlagen der Logik in der Informatik" - WS15/16

Donnerstag 14:15-15:45, Cauerstraße 7/9, Raum 0.154-115

Freitag 14:15-15:45, Martenstr. 3, Raum 02.134-113

Daniel Hausmann

daniel.hausmann@fau.de

Friedrich-Alexander-Universität Erlangen

Department Informatik

Lehrstuhl 8

November 13, 2015

## Aufgabe 1 - Triviale Falschheit

### Induktionsprinzip für aussagenlogische Formeln

Um zu zeigen, dass eine Eigenschaft  $P$  für alle aussagenlogischen Formeln  $\phi$  gilt, zeige, dass  $P$  für  $\phi = \perp$  sowie für alle atomaren  $\phi \in \mathcal{A}$  gilt (**IA**); zeige ausserdem, dass, wenn  $P$  für Formeln  $\phi$  und  $\psi$  gilt (**IV**), dann auch für  $\phi \wedge \psi$  und  $\neg\phi$  (**IS**).

Sei  $\phi$  eine aussagenlogische Formel, die nur aus Konjunktionen, Atomen und Wahrheitskonstanten ( $\top$  und  $\perp$ ) gebildet ist (wobei  $\top = \neg\perp$ ).

Zeigen Sie mittels des obigen Induktionsprinzips, dass für jede Wahrheitsbelegung  $\kappa$ , für die es ein Atom  $A \in \mathcal{A}$  mit  $\kappa(A) = \perp$  gibt,  $\kappa \not\models \phi$  gilt, wenn  $A$  in  $\phi$  vorkommt.

## Aufgabe 2 - Positives Denken

### Positive (negative) Atome

Definiere rekursiv, dass ein Atom  $A$  positiv (negativ) in  $\phi$  ist, wenn

- $\phi$  ein Atom ist ( $\phi$  ein Atom ist außer  $A$ );
- $\phi = \neg\psi$  und  $A$  negativ (positiv) in  $\psi$  ist;
- $\phi = \psi \wedge \xi$  und  $A$  in  $\psi$  und in  $\xi$  positiv (negativ) ist.

(Insbesondere ist  $A$  weder negativ noch positiv in  $\perp$ .)

Beweisen Sie, dass  $\phi$  erfüllbar ist, wenn jedes Atom  $A \in \mathcal{A}$  positiv oder negativ (oder beides) in  $\phi$  ist. Kann eine solche Formel auch gültig sein?

**Hinweis:** Verwenden Sie Induktion über den Aufbau von  $\phi$  mit einer stärkeren Induktionsinvariante, die auch darüber redet, welche Wahrheitsbelegungen  $\phi$  wahr bzw. falsch machen.