

Übungsblatt 1

Abgabe: 07.11.2013

Bitte vermerken Sie auf Ihrer Abgabe die Namen aller Beteiligten.

Aufgabe 1 Ontologien in FOL

(6 Punkte)

Verfassen Sie in FOL eine Ontologie geometrischer Objekte.

Aufgabe 2 Endliche Modelle

(7 Punkte)

Eine Logik hat die *endliche Modelleigenschaft (FMP)*, wenn jede erfüllbare Formel ein endliches Modell hat.

- Aus der VL ist bekannt, dass FOL r.e., aber nicht entscheidbar ist. Begründen Sie, warum daraus folgt, dass FOL *nicht* die FMP hat.
- Zeigen Sie das Fehlschlagen der FMP direkt, indem Sie eine erfüllbare Formel in FOL angeben, die kein endliches Modell hat. Verwenden Sie nur ein einziges Symbol, nämlich ein binäres Prädikatensymbol. Geben Sie ein Modell für die Formel an, und zeigen Sie, dass sie kein endliches Modell hat.

Aufgabe 3 FOL mit Funktionssymbolen

(7 Punkte)

Wenn wir in FOL auch Funktionssymbole zulassen, besteht das Vokabular nicht nur aus Prädikatensymbolen, sondern möglicherweise auch aus Funktionssymbolen gegebener Stelligkeit. Wir definieren dann *Terme* t über die Grammatik

$$t ::= X \mid f(t_1, \dots, t_n),$$

wobei X über Variablen läuft und f über Funktionssymbole, mit jeweiliger Stelligkeit n . Wir können dann in atomaren Formeln Terme statt nur Variablen zulassen; atomare Formeln sind also der Form $t_1 = t_2$ oder $P(t_1, \dots, t_n)$ für Terme t_i . Ansonsten werden Formeln gebildet wie bisher.

Zeigen Sie, dass sich FOL mit Funktionssymbolen in FOL ohne Funktionssymbole übersetzen lässt. Dazu muss für jedes n -stellige Funktionssymbol ein $n + 1$ -stelliges Prädikat eingeführt werden; natürlich muss man aber auch die Verwendung von Termen geeignet eliminieren. Man erhält dann eine Übersetzungsfunktion, die aus einer Formel ϕ mit Funktionssymbolen eine Formel $\bar{\phi}$ mit nur Prädikatensymbolen macht. Wie verhält sich die Größe von $\bar{\phi}$ zu der von ϕ ?

Aufgabe 4 Zusatzaufgabe: Korrektheit

(2 Punkte)

In welchem Sinne ist die gemäß Aufgabe 3 definierte Übersetzung $\bar{\phi}$ 'äquivalent' zu ϕ ?