Grundlagen der Logik und Logik-Programmierung WS 2013

Übungsblatt 4

Abgabe der Lösungen: Tutorium in der Woche 2.12-6.12

Aufgabe 1 Smith und Jones' Comeback (Präsenzaufgabe)

Zeigen Sie anhand der aussagenlogischen Formalisierung von Aufgabe 3, Übungsblatt 2 folgendes mit Hilfe des Resolutionsverfahrens:

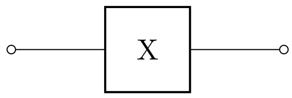
- Die Formalisierung von 'Smith ist der Mörder' ist keine logische Folgerung aus den Annahmen.
- Die Formalisierung von 'Smith ist der Mörder oder Jones lügt' ist eine logische Folgerung aus den Annahmen.

Aufgabe 2 Resolution für Schaltkreise (Präsenzaufgabe)

Formulieren Sie die Resolutionsregel als Transformation von Schaltkreisen (siehe Aufgabe 5, Übungsblatt 1). Zeichnen Sie dann für jede der folgenden Klauselmengen (CNFs) den entsprechenden Schaltkreis sowie den Schaltkreis nach einmaliger Anwendung der Resolutionsregel:

1. $\{\{A, B, C\}, \{A, \neg B, \neg C\}\}$,
2. $\{\{A, B, C\}, \{\neg A\}, \{\neg B\}\}$,
3. $\{\{\neg A, B, \neg C\}, \{\neg A, \neg B\}\}$.

Hinweis: Betrachten Sie Klauselmengen als CNFs. Da einmalige Anwendung der Resolutionsregel wieder eine CNF liefert, wird die Transformation durch zwei Schaltkreise repräsentiert, einen Schaltkreis für die ursprüngliche Klauselmenge und einen für das Ergebnis. Um die allgemeine Resolutionsregel für Schaltkreise zu formulieren, kürzen Sie die Teile der beteiligten Schaltkreise, die für die Regel keine direkte Rolle spielen, durch Buchstaben ab; z.B. steht dann



für einen Schaltkreis namens 'X', dessen interne Struktur unbekannt (und auch unwichtig) ist.

Aufgabe 3 Unvollständige Resolution (6 Punkte)

Man könnte versuchen, im Resolutionsverfahren statt Klauseln Listen von Literalen zu verwenden. Die Resolutionsregel würde dann lauten:

$$\frac{H_1 +\!\!+ [A] +\!\!+ T_1 \qquad H_2 +\!\!+ [\neg A] +\!\!+ T_2}{H_1 +\!\!+ H_2 +\!\!+ T_1 +\!\!+ T2}$$

wobei $[A]$ die aus dem Eintrag A bestehende einelementige Liste und $++$ die Listenkonkatenation bezeichnen.

Zeigen Sie, dass ein auf allein dieser Regel basierendes Resolutionsverfahren nicht vollständig ist, indem Sie (mit formaler Begründung!) eine Menge M von Listen von Literalen angeben für die das neue Verfahren keine leere Liste liefert, obwohl M einer unerfüllbaren CNF entspricht.

Hinweis: Man findet relativ kleine Beispiele. Betrachten Sie die Länge der Listen, die in Laufe des Verfahrens auftauchen können.

Aufgabe 4 Reine Resolution (6 Punkte)

Überprüfen Sie mittels des Resolutionverfahrens, ob die folgenden Klauselmengen (also CNF) erfüllbar sind:

- $\{\{B, A\}, \{\neg B\}, \{C, \neg A, B\}, \{C, \neg A\}, \{B, \neg C, \neg A\}\}$
- $\{\{C, A, \neg B\}, \{\neg D\}, \{D, \neg A\}, \{\neg C, D, \neg B\}, \{B, C\}, \{\neg C, D, B\}\}$
- $\{\{A, \neg B\}, \{B, \neg C\}, \{C, \neg B, A\}, \{\neg A\}\}$.

Aufgabe 5 (Dame $\vee$ Tiger) $\wedge$ Resolution (8 Punkte)

Der Gefangene von Aufgabe 2, Übungsblatt 0 ist jetzt mit dem Resolutionsverfahren bewaffnet. Kann er damit bestimmen, in welchem Raum sich die Dame und in welchem der Tiger befindet, wenn die Schilder und der Hinweis vom König wie folgt lauten:

Raum I	**Raum II**
In beiden Räumen befinden sich Damen.	In beiden Räumen befinden sich Damen.

König: Die Aussage auf dem Schild vor Raum I ist wahr, wenn sich eine Dame in Raum I befindet, sie ist falsch, wenn ein Tiger drin ist. Die Aussage auf dem Schild vor Raum II ist falsch, wenn sich eine Dame in Raum II befindet, sie ist wahr, wenn ein Tiger drin ist.

Achtung: Bei der Berechnung der Klauselmengen aus den gegebenen Formeln darf man zur Vereinfachung die logischen Äquivalenzen $A \wedge \neg A \equiv \bot$ und $A \vee \neg A \equiv \top$ für Atome $A \in \mathcal{A}$ anwenden (aber keine anderen!).