Übungsblatt 8

Abgabe der Lösungen: n.a.

PRÄSENZAUFGABEN

Übung 1 Subjektexpansion

Aus der Vorlesung ist bekannt, dass das System $\lambda\!\rightarrow$ die Eigenschaft der *Subjektreduktion* hat: wenn $\Gamma \vdash t : \alpha$ und $t \rightarrow_\beta^* s$, dann auch $\Gamma \vdash s : \alpha$. Wir wissen ebenfalls, dass die Umkehrung, auch bekannt als *Subjektexpansion*, nicht gilt:

$$\text{Wenn } \Gamma \vdash t : \alpha \text{ und } s \rightarrow_\beta^* t, \text{ dann auch } \Gamma \vdash s : \alpha.$$

Als Gegenbeispiel wurden in der Vorlesung die Terme $s = (\lambda xy.\, y)(\lambda x.\, xx)$ und $t = \lambda y.y$ angeführt. Subjektexpansion schlägt hier fehl, da s nicht typisierbar ist. Zeigen Sie, dass auch die folgende Abschwächung der Subjektexpansion in $\lambda\!\rightarrow$ *nicht* gilt:

$$\text{Wenn } \Gamma \vdash t : \alpha, \Gamma \vdash s : \alpha' \text{ und } s \rightarrow_\beta^* t, \text{ dann auch } \Gamma \vdash s : \alpha.$$

Übung 2 Quiz

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen zutreffend sind, und begründen Sie Ihre Antworten! Führen Sie wenn nötig einen formalen Beweis!

1. Es existiert ein Fixpunkt-Kombinator *fix* (d.h. ein λ-Term *fix*, so dass für alle Terme f gilt: $\mathit{fix}\ f = f\ (\mathit{fix}\ f)$) für den der Typ $((a \to a) \to a \to a) \to a \to a$ hergeleitet werden kann.
2. Es existiert ein Typ *int*, sodass für alle Church-Numerale $\lceil n \rceil$ gilt: $\vdash \lceil n \rceil : \mathit{int}$
3. Der Term $\lceil n \rceil\ K$ (für ein festes, aber beliebiges n), wobei $K = \lambda xy.\, x$, ist typisierbar in $\lambda\!\rightarrow$.