

Übungsblatt 1

Abgabe: 30.04.2018

Bitte vermerken Sie auf Ihrer Abgabe die Namen aller Beteiligten.

Aufgabe 1 Ontologien in FOL (5 Punkte)

Verfassen Sie in FOL eine Ontologie geographischer Gegebenheiten und Zusammenhänge.

Aufgabe 2 Endliche Modelle (6 Punkte)

Eine Logik hat die *endliche Modelleigenschaft (FMP)*, wenn in ihr jede erfüllbare Formel ein endliches Modell hat.

- a) Aus der Vorlesung ist bekannt, dass FOL rekursiv aufzählbar, aber nicht entscheidbar ist. Begründen Sie, warum daraus folgt, dass FOL *nicht* die FMP hat. Was bedeutet dies für das Verhältnis zwischen Gültigkeit von FOL-Formeln *über endlichen Modellen* und Herleitbarkeit im System natürlichen Schließens?
- b) Zeigen Sie das Fehlschlagen der FMP direkt, indem Sie eine erfüllbare Formel in FOL angeben, die kein endliches Modell hat. Verwenden Sie nur ein einziges Symbol, nämlich ein binäres Prädikatensymbol. Geben Sie ein Modell für die Formel an, und zeigen Sie, dass sie kein endliches Modell hat.

Aufgabe 3 FOL ohne Funktionssymbole (6 Punkte)

Zeigen Sie, dass sich FOL mit Funktionssymbolen in FOL ohne Funktionssymbole codieren lässt. Dazu muss für jedes n -stellige Funktionssymbol ein $n + 1$ -stelliges Prädikat eingeführt werden; natürlich muss man aber auch die Verwendung von Termen geeignet eliminieren. Man erhält dann eine Übersetzungsfunktion, die aus einer Formel ϕ mit Funktionssymbolen eine Formel $\bar{\phi}$ mit nur Prädikatensymbolen macht. Wie verhält sich die Größe von $\bar{\phi}$ zu der von ϕ ? Ist das Horn-Fragment stabil unter der Übersetzung?

Aufgabe 4 (Keine) Kompaktheit (3 Punkte)

Zeigen Sie anhand eines Beispiels, dass FOL über endlichen Modellen nicht kompakt ist.