

## Übungsblatt 7

Abgabe: 13.06–17.06

## Aufgabe 1

(Präsenzaufgabe)

Betrachten Sie die kontextfreie Grammatik  $G = (\{S, X, Y, Z\}, \{a, b, c\}, P, S)$  in Chomsky-Normalform mit den Produktionen

$$\begin{aligned} P: \quad S &\rightarrow SX \mid YZ \\ X &\rightarrow XY \mid b \mid c \\ Y &\rightarrow XZ \mid a \\ Z &\rightarrow a \mid c \end{aligned}$$

Wenden Sie den CYK-Algorithmus an, um zu entscheiden, ob das Wort  $bccacb$  in  $L(G)$  liegt.

## Aufgabe 2

(Präsenzaufgabe)

Beweisen Sie mit Hilfe des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen, dass die folgende Sprache

$$L = \{a^n b^{2n} c^k \mid n \in \mathbb{N}, k \geq n\}$$

nicht kontextfrei ist.

## Aufgabe 3

(10 Punkte)

Betrachten Sie die folgende Grammatik  $G = (\{A, B, C, D\}, \{a, b, c\}, P, A)$  mit den Produktionen

$$\begin{aligned} P: \quad A &\rightarrow AB \mid CD \mid a \\ B &\rightarrow CC \mid c \\ C &\rightarrow DC \mid CB \mid b \\ D &\rightarrow DB \mid a \end{aligned}$$

Benutzen Sie den CYK-Algorithmus, um zu entscheiden, ob die Wörter

5 Punkte (a)  $abcabab$ ;

5 Punkte (b)  $babbabc$ .

Falls ja, geben Sie eine Ableitung des Wortes mit  $G$  an und finden Sie ein Teilwort maximaler Länge, das nicht in  $L(G)$  liegt.

Falls nein, finden Sie ein Teilwort maximaler Länge, das in  $L(G)$  liegt und geben Sie für dieses Wort eine Ableitung mit  $G$  an.

## Aufgabe 4

(7 Punkte)

Beweisen Sie mit Hilfe des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen, dass die folgende Sprache nicht kontextfrei ist:

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = 2^{|w|_b}\}.$$

## Aufgabe 5

(6 Punkte)

Wie in der Vorlesung festgestellt sind kontextfreien Sprachen generell **nicht** unter Komplement abgeschlossen. Manchmal ist dies aber der Fall.

Zeigen Sie, dass, die Menge aller **nicht** korrekt geklammerten Ausdrücke, d.h. das Komplement der Dyck-Sprache aus Aufgabe 6, Übungsblatt 4, auch kontextfrei ist, indem Sie eine passende kontextfreie Grammatik angeben. Begründen Sie Ihre Antwort.

**Hinweis:** Verwenden Sie Eigenschaften von korrekt geklammerten Ausdrücken aus Aufgabe 6, Übungsblatt 5. Beachten Sie insbesondere, dass  $w \in \{[, ]\}^*$  **nicht** korrekt geklammert ist genau dann wenn  $h(w) > 0$  oder  $w = u]v$  mit korrekt geklammertem  $u$ . Warum?