

Übungsblatt 6

Abgabe: 06.06–10.06

Aufgabe 1

(Präsenzaufgabe)

Erinnern Sie sich an unsere kontextfreie Grammatik $G = (\{S, T\}, \{0, 1\}, P, S)$ mit den Produktionen

$$\begin{aligned} P: S &\rightarrow 0S1S \mid 1S0S \mid T \\ T &\rightarrow 0T \mid \varepsilon \end{aligned}$$

Wandeln Sie jetzt die Grammatik in einen äquivalenten Kellerautomaten um.

Aufgabe 2

(Präsenzaufgabe)

(a) Geben Sie einen Kellerautomaten für die folgende Sprache an:

$$L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_0 = |w|_1\}.$$

(b) Wandeln Sie ihren Kellerautomaten mit Hilfe der Konstruktion der Vorlesung in eine kontextfreie Grammatik um.

Aufgabe 3

(Präsenzaufgabe)

Gegeben ist die Grammatik $G = (\{a, b\}, \{S, A, B, C, D, E\}, S, P)$ mit den folgenden Regeln in P :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aAa \mid bBb \\ A &\rightarrow C \mid a \\ B &\rightarrow C \mid b \\ C &\rightarrow CDE \mid D \mid \varepsilon \\ D &\rightarrow A \mid B \mid ab \end{aligned}$$

Wenden Sie den Algorithmus aus der Vorlesung an, um eine Grammatik in Chomsky-Normalform für $L(G)$ anzugeben.

Aufgabe 4

(13 Punkte)

Betrachten Sie die formale Sprache

$$L = \{a^k b^m a^l c^n \mid k, l, m, n \in \mathbb{N}, k = l \text{ oder } m \geq n\}$$

4 Punkte (a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik für L an.

6 Punkte (b) Beweisen Sie, dass Ihre Grammatik die gewünschte Sprache erzeugt. **Hinweis:** Verwenden Sie Satz 5.1, Folien 7–12 von *Eigenschaften kontextfreier Sprachen* für ein Modell.

- 3 Punkte (c) Wandeln Sie Ihre Grammatik in einen äquivalenten Kellerautomaten um.

Aufgabe 5

(8 Punkte)

- 3 Punkte (a) Geben Sie einen Kellerautomaten für die folgende Sprache an:

$$L = \{ a^n b^m a^{2m} c^k \mid n, m, k \in \mathbb{N}, k \leq n \}.$$

- 5 Punkte (b) Wandeln Sie Ihren Kellerautomaten mit Hilfe der Konstruktion der Vorlesung in eine äquivalente kontextfreie Grammatik um.

Hinweis: Die Ergebnis-Grammatik kann aus ziemlich vielen Regeln bestehen. Es ist deshalb empfehlenswert manche Regelmengen in schematischer Form anzugeben, z.B.

$$(q_1, b, q_i) \rightarrow b(q_1, b, q_j)(q_j, b, q_k)(q_k, b, q_i) \quad \text{für } 0 \leq i, j, k \leq 3.$$

Dieses Schema deckt $4^3 = 64$ einzelne Regeln ab.

Aufgabe 6

(5 Punkte)

Gegeben ist die Grammatik $G = (\{a, b\}, \{S, A, B, C\}, P, S)$ mit den folgenden Regeln in P :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aAbBa \mid aBb \\ A &\rightarrow C \\ B &\rightarrow S \mid Ab \\ C &\rightarrow S \mid AA \mid \varepsilon \end{aligned}$$

Wenden Sie den Algorithmus aus der Vorlesung an, um eine Grammatik in Chomsky-Normalform für $L(G)$ anzugeben.