Übungsblatt 5

Abgabe: 30.05–03.06

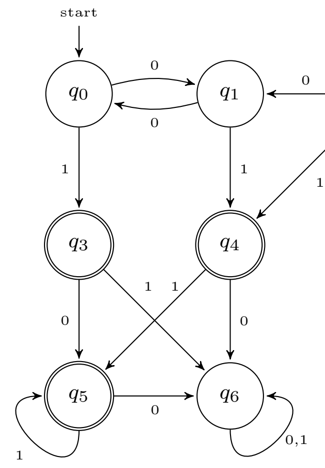
Aufgabe 1 (Präsenzaufgabe)

Benutzen Sie **die Myhill-Nerode-Äquivalenz**, um zu zeigen, dass die folgende formale Sprache nicht regulär ist:

$$L = \{ w1^n \mid w \in \{0,1\}^*, n \in \mathbb{N}, |w| = n \}.$$

Aufgabe 2 (Präsenzaufgabe)

Minimieren Sie den folgenden DFA



Aufgabe 3 (Präsenzaufgabe)

Wir betrachten erneut Aufgabe 7 von Übungsblatt 2. Es war gefordert, eine Grammatik G anzugeben, die genau die Sprache $L = \{w \in \{a,b\} \mid w^R = w\}$ aller Palindrome über $\Sigma = \{a,b\}$ definiert und zu zeigen, dass $L \subseteq L(G)$. Stellen Sie sicher, dass G kontext-frei ist, bzw. konstruieren Sie eine entsprechende kontext-freie Grammatik, wenn G nicht kontext-frei ist.

(a) Bestimmen Sie je einen Ableitungsbaum und je eine Ableitung für die folgenden Wörter:

$$babbab, \quad bbb.$$

(b) Beweisen Sie die umgekehrte Inklusion $L(G) \subseteq L$.

Aufgabe 4 (8 Punkte)

Benutzen Sie **die Myhill-Nerode-Äquivalenz**, um zu zeigen, dass die folgenden Sprachen nicht regulär sind:

4 Punkte (a) $L_1 = \{a^{n\cdot k}b^{k\cdot m} \mid k > 1, n > 0, m > 0\}$.

4 Punkte (b) $L_2 =$ Die Sprache P aller Palindrome über $\{a, b\}$ von Aufgabe 7, Übungsblatt 2.

Aufgabe 5 (7 Punkte)

Berechnen Sie die Minimierung des DFA $A = (\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, \{a, b\}, \delta, 1, \{5, 6\})$ mit der folgenden tabellarisch gegebenen Übergangsfunktion:

Zustand	a	b
1	3	5
2	1	3
3	4	4
4	3	4
5	6	5
6	6	6

Aufgabe 6 (9 Punkte)

Sei L die Dyck-Sprache aus Aufgabe 6, Übungsblatt 4, d.h. die Sprache der korrekt geklammerten Ausdrücke, die durch die folgende kontext-freien Grammatik definiert sind:

$$S \to \varepsilon \mid [S] \mid SS \tag{1}$$

Nun beweisen wir formal, dass die Grammatik tatsächlich genau nur die gewünschten Ausdrücke liefert. Dazu brauchen wie die folgende

Definition: Ein Wort w aus $\{[,]\}^*$ ist *korrekt geklammert* wenn $h(w) = 0$ und $h(u) \geq 0$ für alle $u \in \{[,]\}^*$, wann immer $w = uw'$, und die Funktion h von $\{[,]\}^*$ nach ganzen Zahlen induktiv wie folgt definiert ist:

- $h(\varepsilon) = 0$;
- $h(w[\,) = h(w) + 1$;
- $h(w]\,) = h(w) - 1$.

Die Bedingung $h(w) \geq 0$ bedeutet intuitiv, dass in w die Anzahl schließender Klammern nicht höher ist, als die Anzahl öffnender.

1 Punkt (a) Geben Sie ein Beispiel eines **nicht** korrekt geklammerten Ausdrucks w an, für welchen $h(w) = 0$ gilt;

1 Punkt (b) Geben Sie einen Ableitungsbaum für $[\,[\,[\,]\,]\,[\,]\,]$.

3 Punkte (c) Beweisen Sie die folgenden Eigenschaften von h:

(1) $h(w[w') = h(w) + h(w') + 1$;

(2) $h(w]w') = h(w) + h(w') - 1$;

(3) leiten Sie daraus ab, dass $h(ww') = h(w) + h(w')$.

4 Punkte (d) Beweisen Sie, dass die von (1) erzeugten Wörter korrekt geklammert sind. **Hinweis:** Erweitern Sie die Definition von h für Nicht-Terminale.