

Übungsblatt 4

Abgabe: 16.05–27.05

Aufgabe 1

(Präsenzaufgabe)

Geben Sie reguläre Ausdrücke für die folgende Sprache über dem Alphabet $\{x, y\}$ an.

L = Menge aller Wörter, die mit x beginnen, auf y enden und das Wort xyx mindestens zweimal enthalten.

Begründen Sie jeweils das Zustandekommen Ihrer Lösung.

Aufgabe 2

(Präsenzaufgabe)

Gegeben ist der folgende NFA $A = (\{a, b, c, d\}, \{0, 1\}, \delta, a, \{a, d\})$, wobei die Zustandsübergänge durch die folgende Tabelle gegeben werden:

δ	0	1
a	b, d	b
b	c	b, c
c	d	a
d	–	a

- (a) Konstruieren Sie einen DFA, der zu dem gegebenen Automaten äquivalent ist.
 (b) Geben Sie eine reguläre Grammatik an, die zu dem gegebenen Automaten äquivalent ist.

Aufgabe 3

(Präsenzaufgabe)

Beweisen Sie mit dem Pumping-Lemma, dass die folgende formale Sprache nicht regulär ist:

$$L = \{w1^n \mid w \in \{0, 1\}^*, n \in \mathbb{N}, |w| = n\}.$$

Aufgabe 4

(8 Punkte)

Geben Sie reguläre Ausdrücke für die folgenden Sprachen über dem Alphabet $\{a, b, c\}$ an. Begründen Sie jeweils das Zustandekommen Ihrer Lösung.

- 4 Punkte (a) L_1 = Menge aller Wörter, in denen $a^n b^n$ für kein $n \geq 1$ vorkommt.
 4 Punkte (b) L_2 = Menge aller Wörter, in welchen a mindestens zweimal vorkommt und b höchstens einmal vorkommt.

Aufgabe 5**(6 Punkte)**

Gegeben ist der NFA $A = (\{1, 2, 3, 4, 5\}, \{a, b\}, \delta, 0, \{3, 4\})$ mit den Zustandsübergängen

δ	a	b
1	2, 3	—
2	—	3, 4
3	5	3, 4
4	5	1
5	5	1, 2

- 3 Punkte (a) Legen Sie einen DFA vor, der zu dem gegebenen Automaten äquivalent ist.
- 3 Punkte (b) Geben Sie eine reguläre Grammatik an, die zu dem gegebenen Automaten äquivalent ist.

Aufgabe 6**(12 Punkte)**

Beweisen Sie, dass die folgenden Sprachen nicht regulär sind:

- 4 Punkte (a) $L_1 = \{a^{n^n} \mid n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$.
- 4 Punkte (b) $L_2 = \{a^{k+n}b^ka^n \mid n, k \in \mathbb{N}\}$.
- 4 Punkte (c) *Dyck-Sprache* L_3 über dem binären Alphabet $A = \{[,]\}$, d.h. die Sprache der korrekt geklammerten Ausdrücke, die mit der folgenden kontext-freien Grammatik definiert sind:

$$X \rightarrow \varepsilon \mid [X] \mid XX$$