

## Theoretische Informatik für Wirtschaftsinformatik und Lehramt

Intensivübung Nr. 10

---

**Aufgabe 1**

Geben Sie LOOP-Programme für die beiden folgenden Funktionen an:

$$f(x, y) = x \operatorname{div} y \quad \text{und} \quad g(x, y) = x \operatorname{mod} y.$$

**Aufgabe 2**

Es sei  $g : \mathbb{N}^{k+1} \rightarrow \mathbb{N}$  eine LOOP-berechenbare Funktion. Beweisen Sie, dass die folgende Funktion  $f : \mathbb{N}^{k+2} \rightarrow \mathbb{N}$  LOOP-berechenbar ist:

$$f(x, y, x_1, \dots, x_k) = \prod_{i=x}^y g(x_1, \dots, x_k, i).$$

**Aufgabe 3**

Es sei  $\Sigma$  ein Alphabet. Beweisen Sie, dass für beliebige Sprachen  $L, L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$  gilt:

- (a)  $L$  ist genau dann entscheidbar, wenn  $\bar{L}$  entscheidbar ist.
- (b) Sind  $L_1$  und  $L_2$  semi-entscheidbar,  $L_1 \cap L_2$  entscheidbar und gilt  $L_1 \cup L_2 = \Sigma^*$ , so sind  $L_1$  und  $L_2$  entscheidbar.

**Hinweis:** Verwenden Sie Satz 6.2 und die Abgeschlossenheit von semi-entscheidbaren Sprachen unter Durchschnitt.