

Theoretische Informatik für Wirtschaftsinformatik und Lehramt

Intensivübung Nr. 1

Aufgabe 1

Gegeben seien die Mengen $A = \{a, b, c\}$ und $B = \{32, 37\}$. Geben Sie das kartesische Produkt $A \times B$ and die Potenzmengen $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset))$ und $\mathcal{P}(\{a, b\} \times B)$ an.

Aufgabe 2

Betrachten Sie die binäre Relation R auf einer 4-elementigen Menge, die durch die folgende Adjazenzmatrix gegeben ist:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- Stellen Sie die Relation als Graphen und als Menge von geordneten Paaren über der Menge $\{0, 1, 2, 3\}$ dar.
- Ist die Relation R reflexiv, symmetrisch oder transitiv?
(Woran erkennt man Reflexivität und Symmetrie bei einer Adjazenzmatrix wie der gegebenen?)
- Geben Sie die Relationen R^2 , R^+ und R^* an.

Aufgabe 3

Gegeben sei die Menge M . Die Menge $\text{list}(M)$ der *Listen mit Elementen aus M* ist induktiv wie folgt definiert:

- $\text{nil} \in \text{list}(M)$ („die leere Liste ist eine Liste“)
- falls $m \in M$ and $l \in \text{list}(M)$ gilt, so gilt auch $(a, l) \in \text{list}(M)$.

- Geben Sie eine rekursive Definition der Funktion $|-| : \text{list}(M) \rightarrow \mathbb{N}$ an, die jeder Liste ihre Länge zuordnet.
- Geben Sie eine rekursive Definition der Konkatenationsfunktion $c : \text{list}(M) \times \text{list}(M) \rightarrow \text{list}(M)$ an.
- Beweisen Sie per struktureller Induktion, dass für alle Listen $l, l' \in \text{list}(M)$ gilt:

$$|c(l, l')| = |l| + |l'|.$$

Aufgabe 4

- Betrachten Sie die Sprache $L = \{ba, bbb\}$ über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.
Geben Sie die Sprache L^3 an.
- Es sei $L = \{||, |||\}$ über dem Alphabet $\Sigma = \{|\}$.
Was sind L^+ und L^* ?

Aufgabe 5

Für welche formalen Sprachen sind die folgenden Probleme die entsprechenden Entscheidungsprobleme?

- Eingabe:** ein Wort, das aus den Buchstaben a und b besteht
Aufgabe: testen, ob w gleich viele a 's und b 's enthält
- Eingabe:** ein Wort, das aus den Zeichen 0 und 1 besteht
Aufgabe: testen, ob w das Unterwort 1011 enthält.