Übungen zur "Theorie der Programmierung" - SoSe2015

Freitag 12:15-13:45, Martenstr. 3, Raum 02.133-113

Daniel Hausmann

daniel.hausmann@fau.de

Friedrich-Alexander-Universität Erlangen
Department Informatik

Lehrstuhl 8

April 28, 2015

Wiederholung aus der Vorlesung

Sei T ein TES.

Zusammenführbarkeit

Zwei Terme s und s' sind (in T) zusammenführbar, wenn ein Term q existiert, so dass $s \rightarrow^* q$ und $s' \rightarrow^* q$.

Konfluenz

T ist <u>konfluent</u> (Church-Rosser, CR), wenn für alle Terme t, s, s' mit $t \rightarrow^* s$ und $t \rightarrow^* s'$ die Terme s und s' zusammenführbar sind.

Lokale Konfluenz

T ist <u>lokal konfluent</u> (weakly Church-Rosser, WCR), wenn für alle Terme t, s, s' mit $t \rightarrow s$ und $t \rightarrow s'$ die Terme s und s' zusammenführbar sind.

Wiederholung aus der Vorlesung

Allgemeinster Unifikator

Zwei Terme s und t sind unifizierbar gdw.

$$\mathit{Unif}(s,t) := \{\sigma \mid s\sigma = t\sigma\} \neq \emptyset.$$

Der allgemeinste Unifikator $\mathit{mgu}(s,t)$ zweier unifizierbarer Terme ist definiert durch

$$\sigma = \mathit{mgu}(s,t) \Leftrightarrow \forall \tau.(\tau \in \mathit{Unif}(s,t) \Leftrightarrow \exists \tau'.\tau = \sigma\tau')$$

$FV(t) \subseteq V$ bezeichne die Menge der freien Variablen eines Terms t.

Kritisches Paar

Seien $l_1 \to_0 r_1$, $l_2 \to_0 r_2$ mit $FV(l_1) \cap FV(l_2) = \emptyset$, $l_1 = C(t)$ mit $t \notin V$, t und l_2 unifizierbar durch $\sigma = \mathit{mgu}(t, l_2)$. Dann ist $\langle r_1\sigma, C(r_2)\sigma \rangle$ kritisches Paar.

Wiederholung aus der Vorlesung

Newman's Lemma

Ein TES, das stark normalisierend und lokal konfluent ist, ist konfluent.

Critical Pair Lemma

Ein TES ist lokal konfluent gdw. alle seine kritischen Paare zusammenführbar sind.

Übung 6 - Woher kommen diese Polynome?

```
data Nat = Z | S Nat
x + Z = x
x + (S y) = S (x + y)
d Z = Z
d (S x) = S (S (d x))
q Z = Z
q (S x) = q x + S (d x)
```

1. Drücken Sie dieses Programm als TES aus.
2. Verwenden Sie eine Polynomordnung um zu beweisen, daß das System normalisierend ist. Hinweis: $p_s(x) := x + 1$
3. Können wir also schließen, daß jedes aus den obigen Funktionen zusammengesetze Programm terminierend sein wird? Wird die Termination eines solchen Programmes davon abhängen, ob strikt oder nicht-strikt ausgewertet wird?

Übung 8 - Kritische Paare berechnen

Wir betrachten erneut das Termersetzungssystem aus Übung 1:

$$A \cdot x \to_0 B \cdot (C \cdot x) \tag{1}$$
$$C \cdot (D \cdot x) \to_0 B \cdot (C \cdot x) \tag{2}$$
$$B \cdot (x \cdot y) \to_0 A \cdot (D \cdot x) \tag{3}$$
$$B \cdot (B \cdot x) \to_0 (D \cdot x) \tag{4}$$

Bestimmen Sie nun alle kritischen Paare des Systems und geben Sie dazu jeweils die involvierten Regeln sowie den entsprechenden allgemeinsten Unifikator an (achten Sie hierbei um unbeabsichtigte Namensgleicheit zu vermeiden darauf, Variablen nötigenfalls umzubenennen!)

Übung 9 - Konfluenz mittels Satz von Newman

Wir betrachten erneut das Termersetzungssystem aus Übung 4:

$$x \odot (y \oplus z) \to_0 (x \odot y) \oplus (x \odot z) \tag{5}$$

$$(x \oplus y) \oplus z \to_0 x \oplus (y \oplus z) \tag{6}$$

Nun möchten wir zeigen, daß es konfluent ist. Da wir bereits gezeigt haben, daß das System terminierend ist, genügt es laut dem Satz von Newman, zu zeigen, daß es <u>lokal konfluent</u> ist. Ihre Aufgabe ist es also, die lokale Konfluenz des Systems zu zeigen, d.h. alle kritischen Paare des Systems zu bestimmen und anschliessend für jedes Paar zu zeigen, daß es zusammengeführt werden kann.