

# Übungsblatt 9

Abgabe der Lösungen: Tutorium in der Woche 01.07-05.07

---

## Aufgabe 1 SLD-Resolution (6 Punkte)

Geben Sie die zwei kürzesten SLD-Refutationen gemäß der Prolog-Berechnungsregel für die Anfrage  $\leftarrow \text{append}([0|X], [1|Y], [0,1|Z])$  an (mit `append` wie in der Vorlesung).

## Aufgabe 2 Plus-Minus-Kalkül (7 Punkte)

Gegeben sei der Plus-Minus-Kalkül:

$$\frac{}{-} \text{ (-I)} \quad \frac{- - X}{X+} \text{ (-E)} \quad \frac{X}{-X+} \text{ (+-I)} \quad \frac{X + - Y}{XY} \text{ (+-E)}$$

Dabei beziehen sich  $X$  und  $Y$  auf **nichtleere** Zeichenketten, die aus  $+$  und  $-$  bestehen.

1. Zeigen Sie, dass die folgenden Zeichenketten im Plus-Minus-Kalkül herleitbar sind.

- (a) ++
- (b) + - - +
- (c) + - + - +

2. Zeigen Sie, dass die Regeln

$$\frac{-X \quad -Y}{X+Y} \quad \frac{-X}{XX}$$

im Plus-Minus-Kalkül herleitbar sind.

3. Die Zeichenkette ‘--’ ist im Plus-Minus-Kalkül nicht herleitbar. Warum? Begründen Sie Ihre Antwort.

## Präsenzaufgabe: Fitch mit Disjunktion (0 Punkte)

Disjunktion ist bekanntermaßen durch Konjunktion und Negation definiert. Formeln, die Disjunktionen enthalten, kann man dementsprechend in zwei Schritten beweisen: zunächst  $\vee$  durch  $\wedge$  und  $\neg$  ersetzen, danach den Fitch-Kalkül verwenden. Das gleiche gilt auch für Implikation. Zusätzlich zu den in der Vorlesung eingeführten Regeln für Implikation führen wir nun auch die Disjunktionsregeln

$$\frac{A}{A \vee B} \quad (\vee I_1)$$

$$\frac{B}{A \vee B} \quad (\vee I_2)$$

$$\frac{\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline \vdots & \vdots \\ C & C \end{array}}{C} \quad A \vee B \quad (\vee E)$$

ein. Vergewissern Sie sich der Korrektheit der neuen Regeln.

### Aufgabe 3 Fitch mit Disjunktion

(7 Punkte)

- Beweisen Sie folgende aussagenlogische Formeln im Fitch-Kalkül **mit** Ersetzung von  $\rightarrow$  und  $\vee$  durch  $\wedge$  und  $\neg$ :
  - $A \vee \neg \perp$ ;
  - $(A \wedge \neg A) \rightarrow B$ ;
  - $A \rightarrow (A \vee B)$ .
- Beweisen Sie auf die gleiche Art dieselben Formeln, aber nun **ohne** Ersetzen von  $\rightarrow$  und  $\vee$  durch  $\wedge$  und  $\neg$ .

**Achtung!** Annotieren Sie Ihre Beweise zeilenweise mit der jeweils angewendeten Regelinstanz wie in der Vorlesung.