

Übungsblatt 6

Abgabe der Lösungen: Tutorium in der Woche 10.06-14.06

Aufgabe 1 Substitution

(3 Punkte)

Berechnen Sie folgende Substitutionen anhand der rekursiven Definition aus der Vorlesung:

1. $and(like(X, Y), like(X, Z))[X \mapsto claudia, Y \mapsto dogs, Z \mapsto cats]$;
2. $let(thatWho(X), go(Z, Y))[X \mapsto kill(X, lauraPalmer), Z \mapsto X, Y \mapsto jail]$;
3. $replaceMe(X, with(Y, whereEq(f(Y), Z)))[X \mapsto Y, Z \mapsto f(Y), Y \mapsto X]$.

Aufgabe 2 Substitution vertieft I

(6 Punkte)

Gegeben seien eine Substitution σ und ein Term E . Beweisen Sie, dass folgende Gleichung gilt:

$$Vars(E\sigma) = \bigcup_{X \in Vars(E)} Vars(\sigma(X)).$$

Hinweis: Verwenden Sie Induktion über die Struktur von E .

Aufgabe 3 Substitution vertieft II

(7 Punkte)

Beweisen Sie folgende Eigenschaften von Substitutionen:

1. $[\theta = \theta] = \theta$,
2. $(\theta\sigma)\gamma = \theta(\sigma\gamma)$,

wobei θ , σ und γ Substitutionen sind und $[\]$ die *leere Substitution* bezeichnet.

Hinweis: Erinnern Sie sich, dass eine Substitution eine Funktion ist und zwei Funktionen genau dann gleich sind wenn ihre Ausgaben für alle Eingabewerte übereinstimmen. Um Punkt 2 zu zeigen, kann man als erstes beweisen, dass für jeden Term E gilt: $E(\theta\sigma) = (E\theta)\sigma$. (Das stand in der Vorlesung an der Tafel, wurde aber bisher nicht formal bewiesen.)

Aufgabe 4 Substitution vertieft III

(4 Punkte)

Zwei Substitutionen σ , θ *kommutieren*, wenn $\sigma\theta = \theta\sigma$. Geben Sie ein Beispiel von zwei nicht kommutierenden Substitutionen an (mit Beweis!).