

Übungsblatt 5

Abgabe der Lösungen: Tutorium in der Woche 03.06-07.06

Aufgabe 1 Neue Tatsachen

(6 Punkte)

Der Detektiv von Übungsblatt 0 hat in Laufe der Ermittlung folgende neue Fakten entdeckt.

- Wenn Jones gelogen hat, dann ist Smith der Mörder, oder Monika geht mit dem Gärtner aus.
- Wenn der Mord nach Mitternacht passiert ist und Monika mit dem Gärtner ausgeht, dann hat Jones in der letzten Nacht Smith getroffen.

Kann der Detektiv jetzt schließen, dass Smith der Mörder ist? Begründen Sie Ihre Antwort mithilfe des Resolutionsverfahrens.

Aufgabe 2 Unvollständige Resolution

(6 Punkte)

Man könnte versuchen, im Resolutionsverfahren statt Klauseln Listen von Literalen zu verwenden. Die Resolutionsregel würde dann lauten:

$$\frac{H_1 ++ [A] ++ T_1 \quad H_2 ++ [\neg A] ++ T_2}{H_1 ++ H_2 ++ T_1 ++ T_2}$$

wobei $[A]$ die aus dem Eintrag A bestehende einelementige Liste und $++$ die Listenkonkatenation bezeichnen.

Zeigen Sie, dass ein auf allein dieser Regel basierendes Resolutionsverfahren nicht vollständig ist, indem Sie (mit formaler Begründung!) eine Menge M von Listen von Literalen angeben für die das neue Verfahren keine leere Liste liefert, obwohl M einer unerfüllbaren KNF entspricht.

Hinweis: Man findet relativ kleine Beispiele. Betrachten Sie die Länge der Listen, die in Laufe des Verfahrens auftauchen können.

Präsenzaufgabe*: Wissenswertes über Resolution

(0 Punkte)

Sei A ein Atom und sei ϕ eine Menge von Klauseln, so dass $A \notin C$ für jedes $C \in \phi$. Beweisen Sie, dass das Resolutionsverfahren angewendet auf $\phi \cup \{\{\neg A\}\}$ dieselbe Antwort liefert wie für ϕ .

*Keine Abgabe nötig.

Aufgabe 3 Verbesserte Resolution

(8 Punkte)

Beweisen Sie, dass das Resolutionsverfahren, wie es in der Vorlesung eingeführt wurde, zur effizienteren Implementierung dahingehend geändert werden kann, dass am Anfang jede Klausel der gegebenen KNF, die eine andere Klausel der KNF als Teilmenge enthält, entfernt wird. So kann man beispielsweise $\{\{\neg A, B, C\}, \{B\}, \{B, \neg C\}, \{A, C\}\}$ zu $\{\{B\}, \{A, C\}\}$ komprimieren.

Genauer gesagt ist zu beweisen, dass das neue Verfahren immer die gleiche Antwort liefert wie das ursprüngliche. Die Semantik von Formeln und die Vollständigkeit des Resolutionsverfahrens sollen nicht verwendet werden.

Hinweis: Verwenden Sie vollständige Induktion über die zur Herleitung einer bestimmten Klausel benötigten Anzahl Schritte im Resolutionsverfahren. Beweisen Sie damit, dass es für jede Klausel K , die mittels Resolution in n Schritten aus der ursprünglichen Klauselmenge abgeleitet werden kann, ein entsprechendes K' gibt, so dass $K' \subseteq K$ und K' aus der komprimierten Klauselmenge mittels Resolution ableitbar ist. Zeigen Sie, dass mit dieser Aussage folgt, dass der modifizierte Algorithmus „nicht erfüllbar“ antwortet, wenn der ursprüngliche Algorithmus dies tut. Die umgekehrte Implikation ist trivial — warum?

Bonusaufgabe

(3 Punkte)

Optimieren Sie das Resolutionsverfahren noch weiter, indem Sie zeigen, dass Klauseln in denen das gleiche Atom einmal negiert und einmal nicht negiert vorkommt, ebenfalls entfernt werden können. (Solche Klauseln sind offenbar immer erfüllt, was aber bei der Lösung der Aufgabe nicht verwendet werden soll.) Verwenden Sie dabei die Ergebnisse der Aufgabe 3.