Übungsblatt 3

Abgabe der Lösungen: Tutorium in der Woche 20.05-24.05

Aufgabe 1 Logische Folgerung (3 Punkte)

Überprüfen Sie folgende Aussagen:

- $A \to B \models (\neg B \to \neg A)$;
- $A \wedge (B \vee \neg A) \models A \to B$;
- $A \vee \neg A \models (\neg B \to \neg A)$.

Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 2 Logische Wahrheit parametrisiert (6 Punkte)

Beweisen Sie, dass für jedes $n \geq 1$ die folgende aussagenlogische Formel gültig ist:

$$\phi_n = \big(A_1 \to (A_1 \wedge \ldots \wedge A_n)\big) \vee \big(A_2 \to (A_1 \wedge \ldots \wedge A_n)\big) \vee \ldots \vee \big(A_n \to (A_1 \wedge \ldots \wedge A_n)\big).$$

Hinweis: Verwenden Sie vollständige Induktion über n; nützlich ist hier das Prinzip der *Verstärkung des Induktionsziels*: man beweise die Aussage für beliebige Formeln ψ_i anstelle der Atome A_i.

Aufgabe 3 DNF: Do it Yourself (5 Punkte)

Eine Grundeigenschaft der Aussagenlogik ist die *Dualität*: Konjunktion und Disjunktion sind zueinander *dual* in dem Sinne, dass

$$\phi \wedge \psi \equiv \neg(\neg\phi \vee \neg\psi) \qquad \text{und} \qquad \phi \vee \psi \equiv \neg(\neg\phi \wedge \neg\psi).$$

Definieren Sie eine zur KNF in diesem Sinne duale *disjunktive Normalform (DNF)*, bei der die Rollen von Konjunktion und Disjunktion vertauscht sind, und geben Sie ein Verfahren an, mit dem jede Formel in eine äquivalente DNF transformiert werden kann.

Aufgabe 4 NNF, CNF und DNF (6 Punkte)

Bilden Sie NNF, CNF und DNF für die folgenden aussagenlogischen Formeln:

1. $\neg(A \wedge (B \vee C) \wedge (C \to (C \vee \neg A)))$;
2. $A \wedge ((A \vee B) \to \neg(A \to (B \vee C)))$.
3. $\neg(A \wedge B \wedge (C \to \neg B)) \wedge (A \to \neg B \wedge \neg C) \wedge (A \vee B)$.

Achtung: Die Ableitung der Ergebnisse gemäß der Regeln aus der Vorlesung ist Teil der Aufgabe. Die bloße Angabe einer richtigen Antwort gilt nicht als Lösung.