Übungsblatt 1

Abgabe der Lösungen: Tutorium in der Woche 6.05-10.05

Aufgabe 1 Tom & Jerry (5 Punkte)

Wir nehmen für diese Aufgabe an, dass eine Formel ein Konstrukt ist, das durch folgende Grammatik generiert ist:

$$F ::= \mathcal{F} \mid enemy\ \ of\ \ E \mid friend\ \ of\ \ F$$
$$E ::= \mathcal{E} \mid friend\ \ of\ \ E$$

Wir verstehen $\mathcal{F}$ und $\mathcal{E}$ als Mengen von Namen von Freunden bzw. Feinden, wobei $\mathcal{F} \cap \mathcal{E} = \emptyset$.

Gelten die Konstruktionen '*enemy of Tom*', '*enemy of enemy of Jerry*', '*friend of friend of Jerry*', '*friend of enemy of Tom*' als Formeln, unter der Bedingung, dass $Jerry \in \mathcal{F}$ und $Tom \in \mathcal{E}$? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 2 Krimi einmal ernst genommen (5 Punkte)

Formulieren sie die erste Aufgabe von Übungsblatt 0 in Aussagenlogik. Danach

1. beweisen Sie, dass der Detektiv nicht schließen kann, dass Smith der Mörder ist, indem sie eine Wahrheitstabelle für die Implikation zwischen den Fakten und der angeblichen Folgerung aufstellen;

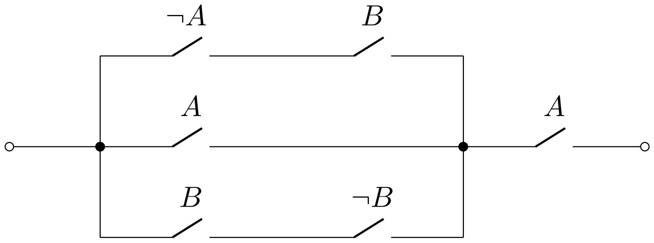
2. beweisen Sie anhand der gleichen Methode, dass er doch schließen kann, dass Smith der Mörder ist oder Jones lügt.

Aufgabe 3 Logik und Schaltkreise (10 Punkte)

Wir betrachten hier Schaltkreise, die aus mit Kabeln verbundenen Schaltern bestehen. Jeder Schalter ist dabei entweder mit einem Buchstaben (z.B. A) oder mit einem negierten Buchstaben (z.B. $\neg A$) markiert.

Die Markierung soll im folgenden Sinne als eine physikalische Beziehung verstanden werden: Schalter, die mit demselben Buchstaben gekennzeichnet sind, befinden sich immer in gleicher Position, d.h. entweder alle eingeschaltet oder alle ausschaltet; Schalter, die mit einem negierten Buchstaben gekennzeichnet sind, befinden sich immer in der entgegengesetzten Position zu den Schaltern, die mit dem entsprechenden Buchstaben ohne Negationssymbol markiert sind.

Die Frage, wann zwischen zwei gegebenen Punkten in einem solchen Schaltkreis Strom fließt, kann als eine aussagenlogische Formel ausgedrückt werden. Beispielsweise entspricht der Schaltkreis



der Formel $((\neg A \wedge B) \vee A \vee (B \wedge \neg B)) \wedge A$.

1. Bilden Sie für jedes der folgenden Paare von äquivalenten aussagenlogischen Formeln entsprechende Paare von Schaltkreisen. Begründen Sie die Äquivalenz der Formeln, indem Sie erklären, warum die entsprechenden Schaltkreise sich gleich verhalten.

   a) $A \vee A$ und A;

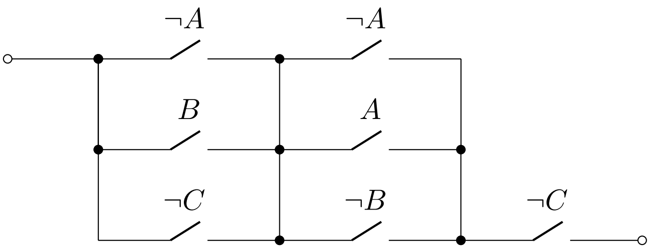
   b) $A \vee (A \wedge B)$ und A;

   c) $A \vee (\neg A \wedge B)$ und $A \vee B$;

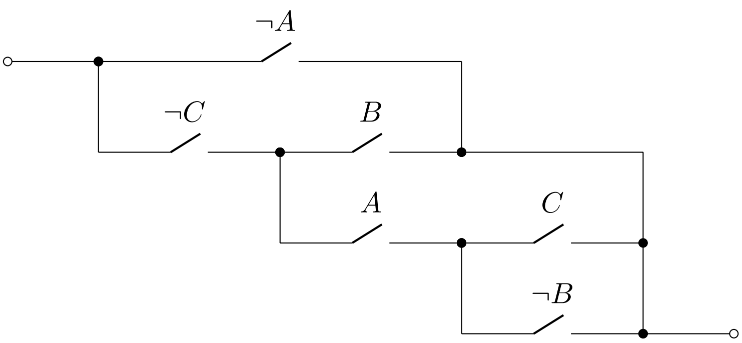
   d) $(B \vee \neg A) \wedge (A \vee \neg B)$ und $(\neg A \wedge \neg B) \vee (A \wedge B)$.

2. Vereinfachen Sie die folgenden Schaltkreise, indem Sie die entsprechenden aussagenlogischen Formeln bilden, sie vereinfachen und dann anschließend wieder Schaltkreise für die Ergebnisse bilden.

   a)



   b)



Bonusaufgabe **(3 Punkte)**

Bilden Sie einen Schaltkreis zum Schalten der Beleuchtung in einem Zimmer derart, dass man anhand von drei Schaltern die Beleuchtung im Zimmer so verwalten kann, dass jeder von den drei Schaltern das Licht umschaltet. Ein Schalter schaltet also das Licht ein, wenn es aus war, und schaltet es aus, wenn es ein war. Die Schalter sollen unabhängig bedienbar sein, d.h. mit verschiedenen Buchstaben markiert sein.