GLoIn-Übungsblatt 3

Zur Vorlesung *Grundlagen der Logik in der Informatik* (WS 2026/27) vom 2. November 2026
Tutorien vom 05.11. bis 09.11.

Präsenzaufgabe P3.1

Wenden Sie die Definition von $\models$ an, um (natürlichsprachlich) zu beweisen, dass $((A \to B) \to A) \to A$ gültig ist.

Präsenzaufgabe P3.2

Zeigen Sie folgende Aussagen per Wahrheitstafel:

(a) $(A \leftrightarrow \neg B) \wedge (A \wedge B)$ ist unerfüllbar.

(b) $\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$

(c) $A \wedge B \models C \to A$
(Wie zeigt man $A \wedge B \vdash C \to A$?)

Aufgabe A3.1 (4 Punkte)

Zeigen Sie folgende Aussagen per Wahrheitstafel:

(a) $\neg A \vee \neg B \models A \wedge B \to C$ *2 Punkte*

(b) $\neg(A \to \neg B) \models B$ *2 Punkte*

Aufgabe A3.2 (8 Punkte)

Zeigen Sie mittels natürlichen Schließens:

(a) $\neg A \wedge \neg B \vdash \neg(A \vee B)$ *2 Punkte*

(b) $\{\neg\neg A \vee B, B \to C\} \vdash C \vee A$ *2 Punkte*

(c) $\bot \vee (\top \to \bot) \vdash \bot$ *2 Punkte*

(d) $\vdash ((A \to B) \to A) \to A$ *2 Punkte*

Aufgabe A3.3 Kirsch-Bananen-Kalkül (3 Punkte)

Um zu verdeutlichen, dass natürliches Schließen ein *rein syntaktisches* System ist, in dem die Zeichen keinerlei Bedeutung haben, definieren wir den Kirsch-Bananen-Kalkül durch die Regeln (i) bis (iv):

(i) $\dfrac{}{\text{🍒}}$ (ii) $\dfrac{X}{\text{🍌}X}$ (iii) $\dfrac{X\,\text{🍌} \qquad \text{🍌}\,Y}{XY}$ (iv) $\dfrac{X}{\text{🍒}X\,\text{🍌}}$

Dabei sind X und Y **nichtleere** Zeichenketten, die aus 🍒 und 🍌 bestehen. Überprüfen Sie, ob die folgenden Zeichenketten im Kirsch-Bananen-Kalkül herleitbar sind:

(a) 🍒🍌🍒🍌 (b) 🍒🍒🍒 (c) 🍌🍌🍌

Hinweis: „Überprüfen“ heißt, dass Sie im positiven Fall eine Herleitung explizit angeben und im negativen Fall beweisen, dass keine Herleitung existiert. Geben Sie unbedingt an, wo Sie welche Regel verwenden!

Tipp: Bei handschriftlicher Abgabe empfiehlt es sich, K statt 🍒 und B statt 🍌 zu schreiben.