GLoIn-Übungsblatt 6

T.CS

Zur Vorlesung *Grundlagen der Logik in der Informatik* (WS 2025/26) vom 19. November 2025
Tutorien vom 24.11. bis 28.11.; Abgabe bis Dienstag, **2. Dezember 2025** (23:59 Uhr)

Präsenzaufgabe P6.1 Resolution

Entscheiden Sie per Resolution, ob die folgenden Klauselmengen erfüllbar sind:

(a) $\{\{D, B, C\}, \{\neg D, B\}, \{\neg C, B, \neg A\}, \{\neg C, B, A\}, \{\neg B, \neg A\}, \{\neg B, A\}\}$

(b) $\{\{\neg A, B, C\}, \{A, B\}, \{\neg C\}, \{\neg B, C\}\}$

(c) $\{\{\neg A, B, C\}, \{A, B, C\}, \{A, \neg B, \neg C\}, \{A, B, \neg C\}\}$

(d) $\emptyset$

(e) $\{\emptyset\}$

Präsenzaufgabe P6.2

Formalisieren Sie die folgenden Aussagen in Rocq und beweisen Sie sie dort anschließend.
Hinweis: Lesen Sie in gloin-rocq-intro.pdf Kapitel 2 zu `assert` und `apply in as`.

(a) $\vdash \neg((A \to \neg A) \wedge (\neg A \to A))$
(Tipp: `assert (~A) as na.`)

(b) $(A \to C) \vee (B \to C) \quad \vdash \quad A \wedge B \to C$

(c) $A \vee (A \to B) \to (A \to B) \vee B \quad \vdash \quad A \to B$
(Tipp: `assert (A ∨ (A → B)) as H.`)

Aufgabe A6.1 (5 Punkte)

Verifizieren Sie die Korrektheit des Resolutionsschritts (Lemma 3.10) syntaktisch:

(a) Beweisen Sie $\{C_1 \vee A, C_2 \vee \neg A\} \vdash C_1 \vee C_2$ mittels natürlichen Schließens. *2 Punkte*

(b) Formalisieren und beweisen Sie $\{C_1 \vee A, C_2 \vee \neg A\} \vdash C_1 \vee C_2$ in Rocq. *3 Punkte*

Aufgabe A6.2 Resolution (4 Punkte)

Zeigen Sie per Resolution, dass die folgende Klauselmenge unerfüllbar ist:

$$\{\{A, \neg B\}, \{A, B, D\}, \{\neg A, C, \neg D\}, \{A, B, \neg D\}, \{\neg A, C, D\}, \{\neg A, \neg C\}\}$$

Aufgabe A6.3 Resolutionsprinzip falsch gemacht (3 Punkte)

Die folgende Resolutionsregel ist *inkorrekt*, d. h. kann falsche Aussagen herleiten:

$$\frac{C \cup \{A, B\} \qquad D \cup \{\neg A, \neg B\}}{C \cup D} \text{ (falsch)}$$

Zeigen Sie die Inkorrektheit, indem Sie Klauseln C und D sowie eine Wahrheitsbelegung $\kappa\colon \mathscr{A} \to 2$ angeben, so dass κ die Prämissen der Regel erfüllt, aber nicht die Konklusion.

Aufgabe A6.4 Logische Folgerung durch Resolution (4 Punkte)

Beweisen Sie die logische Folgerung $\Phi \models \psi$ mittels Resolution:

$$\Phi = \{A, \quad A \to (B \vee C), \quad (A \wedge B \to C \vee D), \quad \neg D\} \qquad \text{und} \qquad \psi = C$$

(a) indem Sie die CNF der Formel $(\bigwedge_{\phi \in \Phi} \phi) \wedge \neg\psi$ als Klauselmenge (ohne Herleitung) angeben … *1 Punkt*

(b) … und anschließend das Resolutionsverfahren auf diese Klauselmenge anwenden. *3 Punkte*