

## Präsenzaufgabe P8.1 Unit Propagation

Sei  $A$  ein Atom und  $\phi$  eine Menge von Klauseln. Seien  $\phi/A$  und  $\phi/\neg A$  die im Korrektheitsbeweis definierten Klauselmengen. Wir führen folgende Optimierung des Resolutionsverfahrens ein:

**Unit Propagation (UP):** Wenn  $\{A\} \in \phi$ , dann ersetze die gesamte Klauselmenge  $\phi$  durch  $\phi/A$ . (und analog: wenn  $\{\neg A\} \in \phi$ , dann ersetze die gesamte Klauselmenge  $\phi$  durch  $\phi/\neg A$ ).

- (a) Zeigen Sie die Korrektheit: wenn  $\{A\} \in \phi$ , dann ist  $\phi$  erfüllbar gdw.  $\phi/A$  erfüllbar ist.  
(b) Überprüfen Sie unter Zuhilfenahme von Unit Propagation die Erfüllbarkeit von

$$\phi := \{\{A, \neg B\}, \{\neg A, \neg B\}, \{\neg A, B, C\}, \{\neg A, B, \neg C\}, \{B, \neg C, D\}, \{C, D\}, \{B, \neg D\}\}$$

## Präsenzaufgabe P8.2 Prädikatenlogik

Für  $\Sigma = \{K/2\}$  lesen wir  $K(x, y)$  als „ $x$  ist Kind von  $y$ “. Formalisieren Sie die folgenden Aussagen in Prädikatenlogik und geben Sie jeweils die Menge der freien Variablen an:

- (a)  $z$  hat ein Enkelkind.                      (c) Alle sind Kinder.                      (e) Jede:r hat genau zwei Elternteile.  
(b) Es gibt nur Einzelkinder.                      (d) Alle sind Geschwister.

**Hinweis:** Wir verstehen *Geschwister* großzügig und beziehen auch Halbgeschwister mit ein.

## Aufgabe A8.1 Coq (6 Punkte)

Formalisieren und beweisen Sie die folgenden Aussagen in Coq:

- (a)  $A \vee B \rightarrow C \vdash (A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)$  3 Punkte  
(b)  $(A \vee B) \rightarrow (A \wedge B) \vdash A \leftrightarrow B$  (Tipp: `assert (A ∨ B) as aob.` an geeigneter Stelle) 3 Punkte

## Aufgabe A8.2 Logische Folgerung durch Resolution (6 Punkte)

Beweisen Sie folgende logische Folgerung mittels Resolution. Es genügt, die (korrekte) CNF/Klauselmenge direkt anzugeben und darauf den Resolutionsalgorithmus anzuwenden:

- 3 Punkte (a)  $\{A, B, A \wedge B \rightarrow C \wedge D\} \models C \wedge D$ .                      (b)  $\{A, A \vee B \rightarrow C \vee D\} \models C \vee D$ . 3 Punkte

## Aufgabe A8.3 Resolution mit Unit Propagation (4 Punkte)

Überprüfen Sie die Erfüllbarkeit folgender Klauselmengen unter Zuhilfenahme von UP:

- (a)  $\phi := \{\{P, W\}, \{\neg R, P\}, \{\neg P, W\}, \{P, Q, R\}, \{P, \neg Q, R\}, \{\neg P, \neg W, R\}, \{\neg P, \neg W, \neg R\}\}$  2 Punkte  
(b)  $\phi := \{\{P, Q, W\}, \{P, \neg Q, R\}, \{P, \neg Q, \neg R\}, \{\neg P, R, W\}, \{\neg W, R\}, \{\neg W, Q\}, \{\neg W, \neg Q\}\}$  2 Punkte

## Aufgabe A8.4 Prädikatenlogik (4 Punkte)

Formalisieren Sie folgende Aussagen in Prädikatenlogik über der Signatur  $\Sigma = \{K/2\}$  und geben Sie die jeweils die Menge der freien Variablen an:

- 2 Punkte (a)  $x$  und  $y$  sind (nur) Halbgeschwister                      (b) Alle Eltern sind (selbst) Kinder 2 Punkte