

Präsenzaufgabe P8.1 Unit Propagation

Sei A ein Atom und ϕ eine Menge von Klauseln. Seien ϕ/A und $\phi/\neg A$ die im Korrektheitsbeweis definierten Klauselmengen. Wir führen folgende Optimierung des Resolutionsverfahrens ein:

Unit Propagation (UP): Wenn $\{A\} \in \phi$, dann ersetze die gesamte Klauselmenge ϕ durch ϕ/A . (und analog: wenn $\{\neg A\} \in \phi$, dann ersetze die gesamte Klauselmenge ϕ durch $\phi/\neg A$).

- (a) Zeigen Sie die Korrektheit: wenn $\{A\} \in \phi$, dann ist ϕ erfüllbar gdw. ϕ/A erfüllbar ist.
- (b) Überprüfen Sie unter Zuhilfenahme von Unit Propagation die Erfüllbarkeit von

$$\phi := \{\{A, \neg B\}, \{\neg A, \neg B\}, \{\neg A, B, C\}, \{\neg A, B, \neg C\}, \{B, \neg C, D\}, \{C, D\}, \{B, \neg D\}\}$$

Präsenzaufgabe P8.2 Prädikatenlogik

Für $\Sigma = \{K/2\}$ lesen wir $K(x, y)$ als „ x ist Kind von y “. Formalisieren Sie die folgenden Aussagen in Prädikatenlogik und geben Sie jeweils die Menge der freien Variablen an:

- (a) z hat ein Enkelkind.
- (c) Alle sind Kinder.
- (e) Jede:r hat genau zwei Elternteile.
- (b) Es gibt nur Einzelkinder.
- (d) Alle sind Geschwister.

Hinweis: Wir verstehen *Geschwister* großzügig und beziehen auch Halbgeschwister mit ein.

Aufgabe A8.1 Coq (6 Punkte)

Formalisieren und beweisen Sie die folgenden Aussagen in Coq:

- (a) $A \vee B \rightarrow C \vdash (A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)$ *3 Punkte*
- (b) $(A \vee B) \rightarrow (A \wedge B) \vdash A \leftrightarrow B$ (Tipp: `assert (A ∨ B) as aob.` an geeigneter Stelle) *3 Punkte*

Aufgabe A8.2 Logische Folgerung durch Resolution (6 Punkte)

Beweisen Sie folgende logische Folgerung mittels Resolution. Es genügt, die (korrekte) CNF/Klauselmenge direkt anzugeben und darauf den Resolutionsalgorithmus anzuwenden:

- 3 Punkte* (a) $\{A, B, A \wedge B \rightarrow C \wedge D\} \models C \wedge D.$ (b) $\{A, A \vee B \rightarrow C \vee D\} \models C \vee D.$ *3 Punkte*

Aufgabe A8.3 Resolution mit Unit Propagation (4 Punkte)

Überprüfen Sie die Erfüllbarkeit folgender Klauselmengen unter Zuhilfenahme von UP:

- (a) $\phi := \{\{P, W\}, \{\neg R, P\}, \{\neg P, W\}, \{P, Q, R\}, \{P, \neg Q, R\}, \{\neg P, \neg W, R\}, \{\neg P, \neg W, \neg R\}\}$ *2 Punkte*
- (b) $\phi := \{\{P, Q, W\}, \{P, \neg Q, R\}, \{P, \neg Q, \neg R\}, \{\neg P, R, W\}, \{\neg W, R\}, \{\neg W, Q\}, \{\neg W, \neg Q\}\}$ *2 Punkte*

Aufgabe A8.4 Prädikatenlogik (4 Punkte)

Formalisieren Sie folgende Aussagen in Prädikatenlogik über der Signatur $\Sigma = \{K/2\}$ und geben Sie die jeweils die Menge der freien Variablen an:

- 2 Punkte* (a) x und y sind (nur) Halbgeschwister (b) Alle Eltern sind (selbst) Kinder *2 Punkte*