

Präsenzaufgabe P3.1

Wenden Sie die Definition von \models an, um $A \wedge B \models C \rightarrow A$ (natürlichsprachlich) zu beweisen.

Präsenzaufgabe P3.2

Zeigen Sie folgende Aussagen per Wahrheitstafel:

- (a) $(A \leftrightarrow \neg B) \wedge (A \wedge B)$ ist unerfüllbar. (c) $A \wedge B \models C \rightarrow A$
(b) $\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$ (Wie zeigt man $A \wedge B \vdash C \rightarrow A$?)

Aufgabe A3.1

(4 Punkte)

Zeigen Sie folgende Aussagen per Wahrheitstafel:

- (a) $\neg A \vee \neg B \models A \wedge B \rightarrow C$ 2 Punkte
(b) $\neg(A \rightarrow \neg B) \models B$ 2 Punkte

Aufgabe A3.2

(4 Punkte)

Zeigen Sie mittels natürlichen Schließens:

- (a) $\neg A \wedge \neg B \vdash \neg(A \vee B)$ 2 Punkte
(b) $\perp \vee (\top \wedge \perp) \vdash \perp$ 2 Punkte

Aufgabe A3.3 Kirsch-Bananen-Kalkül

(3 Punkte)

Um zu verdeutlichen, dass natürliches Schließen ein *rein syntaktisches* System ist, in dem die Zeichen keinerlei Bedeutung haben, definieren wir den Kirsch-Bananen-Kalkül durch die Regeln (i) bis (iv):

$$(i) \frac{}{\text{🍒}} \quad (ii) \frac{X}{\text{🍌} X} \quad (iii) \frac{X \text{🍌} \quad \text{🍌} Y}{XY} \quad (iv) \frac{X}{\text{🍒} X \text{🍌}}$$

Dabei sind X und Y **nichtleere** Zeichenketten, die aus 🍒 und 🍌 bestehen. Überprüfen Sie, ob die folgenden Zeichenketten im Kirsch-Bananen-Kalkül herleitbar sind:

- (a) 🍒 🍌 🍒 🍌 (b) 🍒 🍒 🍒 (c) 🍌 🍌 🍌

Hinweis: In beiden Fällen heißt „Überprüfen“, dass Sie im positiven Fall eine Herleitung explizit angeben und im negativen Fall beweisen, dass keine Herleitung existiert. Geben Sie unbedingt an, wo Sie welche Regel verwenden!

Tipp: Bei handschriftlicher Abgabe empfiehlt es sich, K statt 🍒 und B statt 🍌 zu schreiben.

Aufgabe A3.4

(3 Punkte)

Beweisen Sie für eine allgemeine Menge von Atomen \mathcal{A} :

- (a) Jede gültige Formel ϕ ist erfüllbar. 2 Punkte
(b) Wenn zwei Formeln gültig sind, dann sind sie zueinander äquivalent. 1 Punkt