GLoIn-Übungsblatt 2

T.CS

Zur Vorlesung *Grundlagen der Logik in der Informatik* (WS 2024/25) vom 23. Oktober 2024
Tutorien vom 28.10. bis 01.11.; Abgabe bis **5. November 2024** (23:59 Uhr)

Präsenzaufgabe P2.1

Beweisen Sie mittels natürlichen Schließens:

(a) $\{A \to B,\ B \to C\} \ \vdash\ A \to C$

(b) $\neg A \ \vdash\ A \to \bot$

(c) $A \wedge B \to C \ \vdash\ A \to B \to C$

(d) $\neg B \to \neg A \ \vdash\ A \to B$

(e) $A \vee B \to C \ \vdash\ (A \to C) \wedge (B \to C)$

(f) $\{A \to C, B \to C\} \ \vdash\ A \vee B \to C$

(g) $B \vee \neg B \ \vdash\ (A \to B) \vee (B \to C)$

Aufgabe A2.1 (5 Punkte)

Eine Funktion $f\colon A \to B$ heißt *surjektiv*, wenn es für jedes $b \in B$ (mindestens) ein $a \in A$ mit $f(a) = b$ gibt.

Gegeben seien Funktionen $f\colon A \to B$ und $g\colon B \to C$ und deren Verknüpfung $h\colon A \to C$, definiert durch $h(x) = g(f(x))$. Beweisen Sie:

(a) Wenn f und g surjektiv sind, dann ist h surjektiv. *2 Punkte*

(b) Wenn h surjektiv ist, dann ist g surjektiv. *2 Punkte*

(c) Finden Sie ein Beispiel, in dem h surjektiv ist, aber f nicht. *1 Punkt*

Hinweis: Die Beweise sind als mathematische Probleme absichtlich sehr einfach; Gegenstand der Aufgabe ist vor allem die mathematisch präzise Argumentation wie in P1.1 illustriert.

Aufgabe A2.2 (10 Punkte)

Beweisen Sie mittels natürlichen Schließens:

(a) $\{A \vee B, A \to B\} \ \vdash\ B$ *2 Punkte*

(b) $A \to B \to C \ \vdash\ A \wedge B \to C$ (vgl. Präsenzaufgabe oben) *2 Punkte*

(c) $A \to B \ \vdash\ \neg B \to \neg A$ (vgl. Präsenzaufgabe oben) *2 Punkte*

(d) $\neg(A \vee B) \ \vdash\ \neg A \wedge \neg B$ *2 Punkte*

(e) $\vdash\ A \vee \neg A$ *2 Punkte*