Nominal Sets · Übungsblatt 8

Besprechung: 18. Juni 2024

Thorsten Wißmann, Informatik 8, FAU Erlangen-Nürnberg

Aufgabe A1

Zeigen Sie, dass $[\mathbb{A}] \ncong [\mathbb{A}][\mathbb{A}]$, indem Sie eine nominale Menge X finden, für die es keinen Isomorphismus $[\mathbb{A}]X \cong [\mathbb{A}][\mathbb{A}]X$ gibt.

Aufgabe A2

Seien X, Y, Z nominale Mengen.

(a) Zeigen Sie, dass Abbildungen mit endlichem Support unter Funktionskomposition abgeschlossen sind. Konkret: für alle $f\colon X \to_{\mathrm{fs}} Y$ und $g\colon Y \to_{\mathrm{fs}} Z$ hat auch $(g \circ f)\colon X \to Z$ einen endlichen Support.

(b) Zeigen Sie: f ist genau dann äquivariant, wenn $f\colon X \to Y$ leeren Support hat.

(c) Gibt es f, g mit je nichtleerem endlichen Support, sodass $g \circ f$ leeren Support hat?

(d) Gibt es eine Bijektion $f\colon X \to_{\mathrm{fs}} Y$ mit nichtleerem Support?

(e) Charakterisieren Sie $1 \to_{\mathrm{fs}} X$ und $2 \to_{\mathrm{fs}} X$, also die Menge der Abbildungen mit endlichem Support in je $\mathsf{Set}(1, X)$ und $\mathsf{Set}(2, X)$.

Aufgabe A3

(a) Sei eine Abbildung $f\colon \mathbb{A} \to \mathbb{A}$ gegeben mit der Eigenschaft dass

$$S := \{a \in \mathbb{A} \mid f(a) \neq a\}$$

endlich ist. Zeigen Sie, dass f endlichen Support hat, also $f \in (\mathbb{A} \to_{\mathrm{fs}} \mathbb{A})$.

(b) Hat jede Abbildung $g\colon \mathbb{A} \to_{\mathrm{fs}} \mathbb{A}$ diese Eigenschaft?