Nominal Sets · Übungsblatt 6

Besprechung: 4. Juni 2024 Thorsten Wißmann, Informatik 8, FAU Erlangen-Nürnberg

Aufgabe A1 (Lemma 4.37)

Beweisen Sie, dass für eine äquivariante Äquivalenz R auf X der Quotient X/R die Support-Funktion

$$\mathsf{supp}_{X/R}([x]_R) = \bigcap_{y \in [x]_R} \mathsf{supp}_X(y)$$

hat. (Tipp 1)

Aufgabe A2

Sind die Elemente $\langle a\rangle(\langle a\rangle a)$ und $\langle a\rangle(\langle b\rangle a)$ in $[\mathbb{A}][\mathbb{A}]\mathbb{A}$ identisch? (für $a \neq b$)

Aufgabe A3

Charakterisieren Sie die (Orbits der) folgenden nominalen Mengen: $[\mathbb{A}]X$ (wenn X diskret), $[\mathbb{A}]\mathbb{A}$, $[\mathbb{A}](\mathbb{A} \times \mathbb{A})$, $[\mathbb{A}]\mathcal{P}_2(\mathbb{A})$ (wobei $\mathcal{P}_2$ die ungeordneten Paare bezeichnet, also zweielementige Teilmengen)

Aufgabe A4

Das frische Produkt $X * Y$ zweier nominalen Mengen ist

$$X * Y = \{(x, y) \in X \times Y \mid x \# y\}$$

(a) Beweisen Sie, dass es eine 1-zu-1-Korrespondenz zwischen äquivarianten Abbildungen

$$X * \mathbb{A} \to Y \qquad \text{und} \qquad X \to [\mathbb{A}]Y$$

gibt.

(b) Definieren Sie eine äquivariante Abbildung $\varepsilon_X \colon [\mathbb{A}]X * \mathbb{A} \to X$.

Aufgabe A5

Beweisen Sie, dass $[\mathbb{A}]$ Produkte erhält; also dass es für beliebige nominale Mengen X und Y eine bijektive äquivariante Abbildung $[\mathbb{A}](X \times Y) \cong [\mathbb{A}]X \times [\mathbb{A}]Y$ gibt.

Tipp 1: Zeigen Sie die Richtungen $\subseteq$ und $\supseteq$ getrennt voneinander.