# Nominal Sets · Übungsblatt 4

Besprechung: 14. Mai 2024

Thorsten Wißmann, Informatik 8, FAU Erlangen-Nürnberg

**Definition.** $\mathbb{A}^{\# k} = \{t\colon k \mapsto \mathbb{A} \mid t \text{ injektiv}\} = \{(a_1, \dots, a_k) \in \mathbb{A}^k \mid a_i \text{ paarweise verschieden }\}$.

## Aufgabe A1

Zeigen Sie, dass folgende Gruppenoperationen nominal sind und geben Sie den kleinsten endlichen Support $\mathsf{supp}$ explizit an:

(a) $\mathcal{P}_{\mathsf{f}}\mathbb{A}$

(b) $X$ mit diskreter Gruppenoperation

(c) $X \times Y$, wobei $X$ und $Y$ nominal sind (Tipp 1)

(d) $\mathbb{A}^{\# k}$ (suchen Sie sich eine der beiden Definitionen oben aus)

## Aufgabe A2

Betrachten Sie Beispiel 4.16, in dem mittels Korollar 4.13 folgende Hom-Mengen beschrieben werden:

$$\mathsf{Nom}(\mathbb{A}, \mathbb{A}) = \{\mathrm{id}_{\mathbb{A}}\} \qquad \mathsf{Nom}(\mathbb{A}, \mathbb{A}^2) = \{\Delta\}$$

Charakterisieren Sie folgende Hom-Mengen:

(a) $\mathsf{Nom}(\mathbb{A}^{\# 2}, \mathcal{P}_{\mathsf{f}}\mathbb{A})$

(b) $\mathsf{Nom}(1, X)$, wobei $X$ nominal und $1 = \{\bullet\}$ diskret ist.

(c) $\mathsf{Nom}(\mathbb{A}^{\# n}, \mathbb{A}^{\# k})$, für $k, n \in \mathbb{N}$ (Tipp 2)

## Aufgabe A3

Beweisen oder widerlegen Sie, dass die folgenden Gruppenoperationen nominale Mengen sind.

(a) $(\mathfrak{S}_{\mathsf{f}}(\mathbb{A}), \cdot)$

(b) $(\mathfrak{S}_{\mathsf{f}}(\mathbb{A}), \star)$

Beantworten Sie jeweils:

(i) Falls es sich um eine nominale Menge handelt: Was ist der kleinste endliche Support?

(ii) Welche Elemente haben leeren Support?

(iii) Wann haben zwei Elemente von $\mathfrak{S}_{\mathsf{f}}(\mathbb{A})$ den gleichen Orbit?

---

Tipp 1: $\mathsf{supp}(x, y) = \mathsf{supp}(x) \cup \mathsf{supp}(y)$

Tipp 2: Betrachten Sie $k, n \in \mathbb{N}$ als Mengen und injektive Abbildungen