Kommunikation und parallele Prozesse SoSe 2021

Übungsblatt 6

Abgabe der Lösungen: 15.07.19

Aufgabe 1 Erreichbarkeit und Invarianten (4 Punkte)

Man erinnere sich an die Operatoren *Pos* und *Inv* aus der Vorlesung; wir erweitern diese hier um eine Parametrisierung über eine Menge $A \subseteq \mathcal{A}$ von Aktionen, d.h. wir setzen

$$\begin{aligned} \mathit{Pos}_A(\phi) &= \mu x.\, \phi \vee \langle A \rangle x \\ \mathit{Inv}_A(\phi) &= \nu x.\, \phi \wedge [A] x. \end{aligned}$$

Verwenden Sie die Erweiterung von HML um diese Operatoren, um die folgenden Eigenschaften von Mutex_2 aus Aufgabe 2, Übungsblatt 1 zu formalisieren:

1. Für jeden zukünftigen Zustand s von Mutex_2 gibt es einen zukünftigen Zustand t von s, so dass User_1 von Zustand t aus in den kritischen Abschnitt eintreten kann.
2. User_1 und User_2 können sich nicht gleichzeitig im kritischen Abschnitt befinden.

Achtung: Hierbei müssen wir die Variante des Prozesses verwenden, in der User_1 und User_2 verschiedene Aktionennamen für das Betreten und Verlassen des kritischen Abschnitts verwenden, d.h. die Definitionen lauten

$$\begin{aligned} \mathit{User}_1 &= \bar{p}.\mathit{enter}_1.\mathit{exit}_1.\bar{v}.\mathit{User}_1 \\ \mathit{User}_2 &= \bar{p}.\mathit{enter}_2.\mathit{exit}_2.\bar{v}.\mathit{User}_2 \\ \mathit{Sem} &= p.v.\mathit{Sem} \\ \mathit{Mutex}_2 &= ((\mathit{User}_1 \mid \mathit{Sem}) \mid \mathit{User}_2) \backslash \{p, v\} \end{aligned}$$

Aufgabe 2 Rekursive Gleichungen in HML (6 Punkte)

Man betrachte das folgende beschriftete Transitionssystem über Prozessen q_0, q_1, q_2:

$$\begin{tikzcd} q_0 \arrow[r, "a"] \arrow[dr, "a"'] & q_1 \arrow[loop above, "a"] \arrow[loop right, "b"] \\ & q_2 \end{tikzcd}$$

Berechnen Sie *alle* Lösungen der folgenden Gleichungen in HML mit einer Variablen x:

1. $x = \langle a \rangle \top \wedge [a, b] x$;

2. $x = [b]\bot \vee \langle a, b\rangle x$;
3. $x = [a]\bot \vee [b]x$.

D.h. berechnen Sie für jede Gleichung $x = \phi$ alle Teilmengen S von $\{q_0, q_1, q_2\}$, so dass

$$S = [\![\phi]\!][x \mapsto S].$$

Welche Lösungen S (d.h. kleinste oder größte) welcher dieser Gleichungen werden *über beliebigen Systemen* (nicht nur dem obigen) durch die folgenden Eigenschaften charakterisiert (in dem Sinne, dass ein Zustand genau dann in S ist, wenn er die betreffende Eigenschaft hat)?

1. Jedes $p \in S$ erreicht nur Zustände, in denen a-Transitionen möglich sind.
2. Jedes $p \in S$ kann letztlich in einen Zustand kommen, in dem keine b-Transitionen möglich sind.
3. Kein $p \in S$ hat eine unendliche Kette von b-Übergängen, die nur durch Zustände führt, in denen a-Transitionen möglich sind. (Achtung: was ist mit Ketten von b-Übergängen, die in einen Zustand führen, der keine b-Übergänge mehr zulässt?)

Begründen sie Ihre Antworten anhand der Fixpunktdefinitionen. (Nur positive Antworten sind gefragt, nicht Gegenbeispiele gegen die jeweils falsche Antwort.)