Übungsblatt 4

Abgabe der Lösungen: 24.06.21

Aufgabe 1 Schwache Bisimilation für Medien (6 Punkte)

Die (value-passing) CCS-Spezifikation (M, eqs), wobei *eqs* die Gleichungen

$$\begin{aligned} M &= in(x).\, M_1(x) \\ M_1(x) &= in(y).\, M_2(x,y) + \overline{out}(x).\, M \\ M_2(x,y) &= \overline{out}(x).\, M(y) + \overline{out}(y).\, M_1(x) \end{aligned}$$

sind, implementiert einen Multimengen-Speicher mit zwei Plätzen. Angenommen, dass x und y sich auf die Menge $\{0,1\}$ erstrecken, beweisen Sie mittels schwacher Bissimuationsspiele, dass

(a) M schwach bisimilär zur entsprechenden Implementierung des Multimengen-Speichers als CCS-Ausdruck aus Aufgabe 1, Übungsblatt 1 ist;

(b) M **nicht** schwach bisimilär zur entsprechenden Implementierung des FIFO-Speichers als CCS-Ausdruck aus Aufgabe 1, Übungsblatt 1 ist.

Aufgabe 2 Simulationsspielen (4 Punkte)

Wir betrachten hier (starke) *Simulationsspiele*, die genauso definiert sind wie die Bisimulationsspiele, nur wählt der Spoiler ein LTS einmal am Anfang und behaltet während dem ganzen Spiel diese Wahl.

(a) Beweisen Sie folgendess: wenn der Defender eine Gewinnstrategie für diejenigen Simulationsspiele hat, in denen Spoiler bei der Anfangskonfiguration (s,t) immer die zweite LTS wählt, dann gilt $s \sqsubseteq t$.

(b) Folgern Sie daraus: wenn der Defender eine Gewinnstrategie für ein Simulationsspiel hat, das mit Anfangskonfiguration (s,t) startet, dann gilt die gegenseitige Simulation $s \sqsubseteq t$ und $t \sqsubseteq s$.

(c) Folgern Sie daraus: wenn der Defender eine Gewinnstrategie für ein Simulationsspiel hat, das mit Anfangskonfiguration (s,t) startet, dann gilt es im Allgemeinen **nicht** unbedingt, dass $s \sim t$.

Aufgabe 3 Observational Equivalence vs. Observational Congruence (10 Punkte)

Schwache Bisimilarität $\approx$ ist (nach Robin Milner) auch unter dem Namen *observational equivalence* bekannt. Die Relation $\approx$ ist bekanntermaßen *keine* Kongruenz bezüglich binärer Summierung (Gegenbeispiel: $\emptyset \approx \tau.\emptyset$). Aus diesem Grund ist es zu erwarten, dass eine $\approx$ entsprechende Kongruenzrelation $\approx$ verstärkt (da sie z.B. $\emptyset$ und $\tau.\emptyset$ nicht gleichsetzen darf. Warum?).

Daraufhin ist *observational congruence* $\approxeq$ von zwei Prozessen wie folgt definiert: $p \approxeq q$, wenn

- immer wenn $p \xrightarrow{\alpha} p'$, dann $q \xrightarrow{\tau}^{\star} t_1 \xrightarrow{\alpha} t_2 \xrightarrow{\tau}^{\star} q'$ und $p' \approx q'$ für geeignete t_1, t_2 und q', und
- immer wenn $q \xrightarrow{\alpha} q'$, dann $p \xrightarrow{\tau}^{\star} t_1 \xrightarrow{\alpha} t_2 \xrightarrow{\tau}^{\star} p'$ und $p' \approx q'$ für geeignete t_1, t_2 und p'.

(a) Beweisen Sie, dass $\approxeq$ bezüglich binärer Summierung eine Kongruenz ist.

(b) Zeigen Sie, dass $\approxeq$ echt stärker als $\approx$ und echt schwächer als $\sim$ ist, d.h. zeigen Sie, dass

$$p \sim q \implies p \approxeq q \implies p \approx q,$$

und keine der beiden Implikationen durch eine Äquivalenz ersetzt werden kann (!)

(c) Beweisen Sie den folgenden *Satz von Hennessy*:

$$p \approx q \qquad \text{g.d.w.} \qquad p \approxeq \tau.q \quad \text{oder} \quad \tau.p \approxeq q \quad \text{oder} \quad p \approxeq q.$$

Hinweis: Betrachten Sie für die $\Rightarrow$-Implikation die folgende Fälle:

(i) $p \xrightarrow{\tau} p'$ und $p' \approx q$ für ein p'

(ii) $q \xrightarrow{\tau} q'$ und $q' \approx p$ für ein q'

(iii) weder (i) noch (ii)